IV Competencia Iberoamericana Interuniversitaria de Matemáticas

CIMAT, Guanajuato, México del 1 al 5 de octubre de 2012

Primer día

Guanajuato, Gto., México
2 de octubre de 2012

Problema 1. Para cada entero positivo n se define A_n como la matriz de tamaño $n \times n$ tal que su entrada a_{ij} es igual a $\binom{i+j-2}{j-1}$ para todos los $1 \le i,\ j \le n$. Calcular el valor del determinante de A_n.

Problema 2. Un conjunto $A \subset \mathbb{Z}$ *está padre* si siempre que $x, y \in A$ con $x \le y$ también se tiene que $2y - x \in A$. Demostrar que si A está padre, $0,\ a,\ b \in A$ con $0 < a < b$ y $d = \operatorname{mcd}(a, b)$ entonces

$$a + b - 3d,\ a + b - 2d \in A.$$

Problema 3. Sean a, b, c las longitudes de los lados de un triángulo. Demostrar que

$$\sqrt{\frac{(3a+b)(3b+a)}{(2a+c)(2b+c)}} + \sqrt{\frac{(3b+c)(3c+b)}{(2b+a)(2c+a)}} + \sqrt{\frac{(3c+a)(3a+c)}{(2c+b)(2a+b)}} \ge 4.$$

La calificación máxima de cada problema es de 10 puntos.

Tiempo máximo: 4h 30m.