

Girardot, Colombia, 2009
Primer Día
6 de octubre

Problema 1

Demostrar que para cualquier entero positivo n , el número $\left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}\right)^n + \left(\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right)^n$ es un entero impar.

Problema 2

Determinar si para todo natural n existe una matriz $n \times n$ de números reales tal que su determinante es 0 y que al cambiar cualquier elemento, se obtiene otra matriz con determinante distinto de cero.

Problema 3

Sean $r > n$ enteros positivos. Una ‘palabra buena’ es una n -upla $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$ de enteros positivos diferentes entre 1 y r . Una ‘jugada’ consiste en cambiar un entero a_i de una palabra buena, de modo que la palabra que resulte también sea buena. La distancia entre dos palabras buenas $A = \langle a_1, \dots, a_n \rangle$ y $B = \langle b_1, \dots, b_n \rangle$ es el mínimo número de jugadas que se necesitan para llegar de A a B . Hallar la máxima distancia posible entre dos palabras buenas.

Duración: $4\frac{1}{2}$ horas
Cada problema recibe un máximo de 10 puntos